

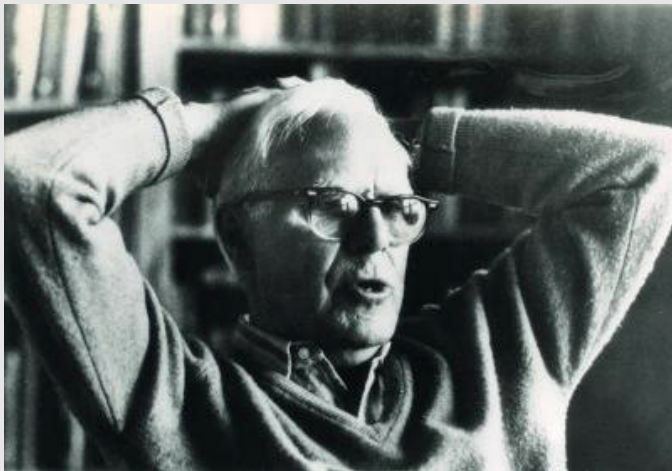
Этюды по Истории Математики.

Лекция 3

Сергей Ягунов

21 октября 2020г.

Мартин Гарднер (21.10.1914–22.05.2010)



Дружественные числа

$$\sigma(n) = \sigma(m) = m + n.$$

Неизвестно, существуют ли четно-нечетные пары,
взаимно-простые??

Дружественные числа

$$\sigma(n) = \sigma(m) = m + n. \quad \frac{\sigma(n)}{n} = \text{const.}$$

Не путаем дружественные (amicable) и приятельские (friendly) числа.

Неизвестно, существуют ли четно-нечетные пары, взаимно-простые??

Дружественные числа

$$\sigma(n) = \sigma(m) = m + n.$$

Не путаем дружественные (amicable) и приятельские (friendly) числа.

- 220 и 284 (Пифагор);

Неизвестно, существуют ли четно-нечетные пары, взаимно-простые??

Дружественные числа

$$\sigma(n) = \sigma(m) = m + n.$$

Не путаем дружественные (amicable) и приятельские (friendly) числа.

- 220 и 284 (Пифагор);
- 17 296 и 18 416 (Ибн ал-Банна, около 1300; Фариси, около 1300; Ферма, 1636);

Неизвестно, существуют ли четно-нечетные пары, взаимно-простые??

Дружественные числа

$$\sigma(n) = \sigma(m) = m + n.$$

Не путаем дружественные (amicable) и приятельские (friendly) числа.

- 220 и 284 (Пифагор);
- 17 296 и 18 416 (Ибн ал-Банна, около 1300; Фариси, около 1300; Ферма, 1636);
- Эйлер (18й век) нашел 8 пар;

Неизвестно, существуют ли четно-нечетные пары, взаимно-простые??

Дружественные числа

$$\sigma(n) = \sigma(m) = m + n.$$

Не путаем дружественные (amicable) и приятельские (friendly) числа.

- 220 и 284 (Пифагор);
- 17 296 и 18 416 (Ибн ал-Банна, около 1300; Фариси, около 1300; Ферма, 1636);
- Эйлер (18й век) нашел 8 пар;
- 1184 и 1210 (Никколо Паганини 1866)

Неизвестно, существуют ли четно-нечетные пары, взаимно-простые??

Дружественные числа

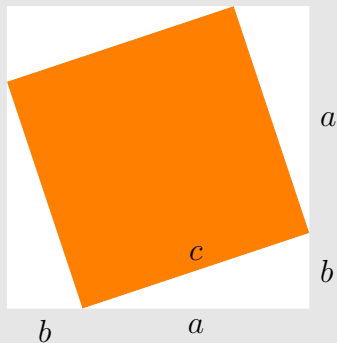
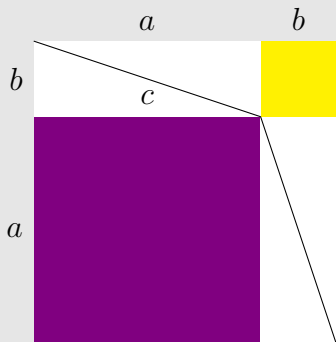
$$\sigma(n) = \sigma(m) = m + n.$$

Не путаем дружественные (amicable) и приятельские (friendly) числа.

- 220 и 284 (Пифагор);
- 17 296 и 18 416 (Ибн ал-Банна, около 1300; Фариси, около 1300; Ферма, 1636);
- Эйлер (18й век) нашел 8 пар;
- 1184 и 1210 (Никколо Паганини 1866)
- Дальнейшие результаты — в 20м веке...максимальная пара 24073 знака.

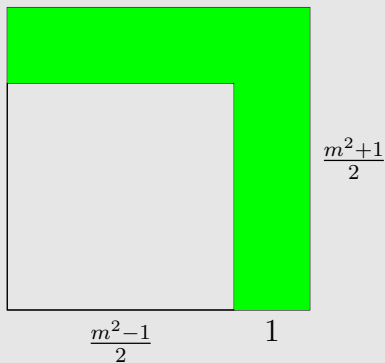
Неизвестно, существуют ли четно-нечетные пары, взаимно-простые??

Теорема Пифагора



Пифагоровы тройки

Рис.: $\left(\frac{m^2-1}{2}\right)^2 + m^2 = \left(\frac{m^2+1}{2}\right)^2$



Гиппас из Метапонта (≈ 574 — 522)

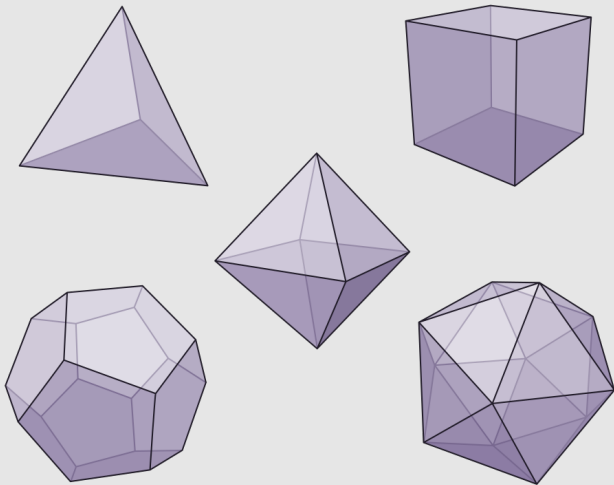


Феодор Киренский (465-398)

Феодор Киренский (465-398)

Теэтет (417-369)

Платоновы тела



Три фундаментальные проблемы древности

Три фундаментальные проблемы древности

- Удвоение куба;

Три фундаментальные проблемы древности

- Удвоение куба;
- Квадратура круга;

Три фундаментальные проблемы древности

- Удвоение куба;
- Квадратура круга;
- Трисекция угла.

Удвоение куба

$$x^3 = 2a^3$$

Удвоение куба

$$x^3 = 2a^3$$

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b}.$$

Удвоение куба

$$x^3 = 2a^3$$

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b}.$$

Классификация Паппа:

Удвоение куба

$$x^3 = 2a^3$$

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b}.$$

Классификация Паппа:

- Плоские задачи;

Удвоение куба

$$x^3 = 2a^3$$

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b}$$

Классификация Паппа:

- Плоские задачи;
- Пространственные задачи; (коники)

Удвоение куба

$$x^3 = 2a^3$$

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b}$$

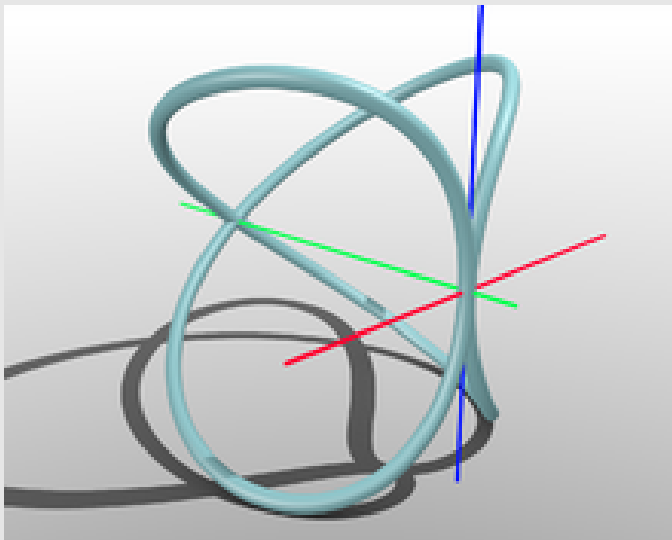
Классификация Паппа:

- Плоские задачи;
- Пространственные задачи; (коники)
- Граммические задачи. (кривые)

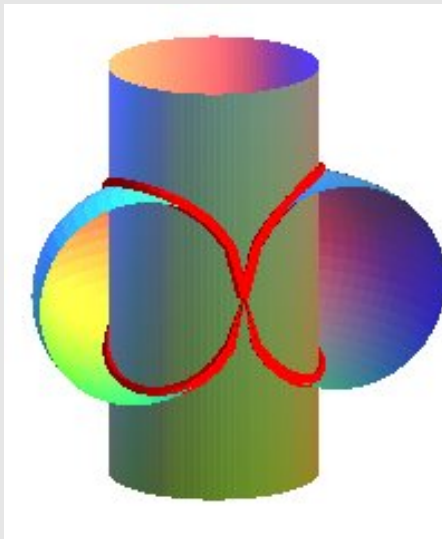
Архит Таренетский ($\approx 428-350$)



Кривая Архита



Кривая Архита



Архимед (287–212)





Рис.: Giovan Battista Langetti (1635–1676). Архимед с аллегориями мира и войны (после 1660)

Винт Архимеда



Giulio Parigi (1571–1635)





Рис.: Giulio Parigi. Зеркала Архимеда



Рис.: Смерть Архимеда



Рис.: Профиль Архимеда на Филдсовской медали

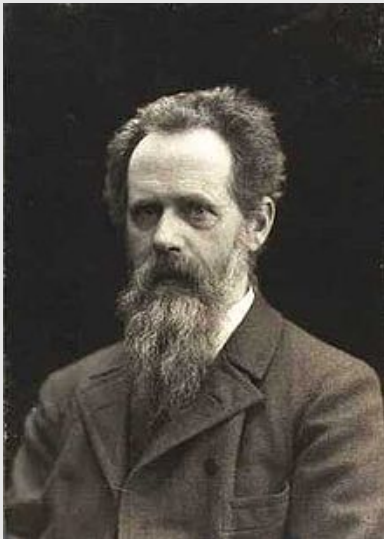


Рис.: Johan Ludvig Heiberg (1854–1928)

«Метод» Архимеда.

«Метод» Архимеда.

- Площадь параболического сегмента;

«Метод» Архимеда.

- Площадь параболического сегмента;
- Объем сфероида (эллипсоида вращения)
 $= \frac{2}{3}$ объема описывающего цилиндра;

«Метод» Архимеда.

- Площадь параболического сегмента;
- Объем сфероида (эллипсоида вращения)
 $= \frac{2}{3}$ объема описывающего цилиндра;
- Объем сегмента параболоида вращения
 $= \frac{3}{2}$ объема вписанного конуса;

«Метод» Архимеда.

- Площадь параболического сегмента;
- Объем сфероида (эллипсоида вращения)
 $= \frac{2}{3}$ объема описывающего цилиндра;
- Объем сегмента параболоида вращения
 $= \frac{3}{2}$ объема вписанного конуса;
- Центры тяжести сегмента параболоида,
гиперболоида, сфероида;

«Метод» Архимеда.

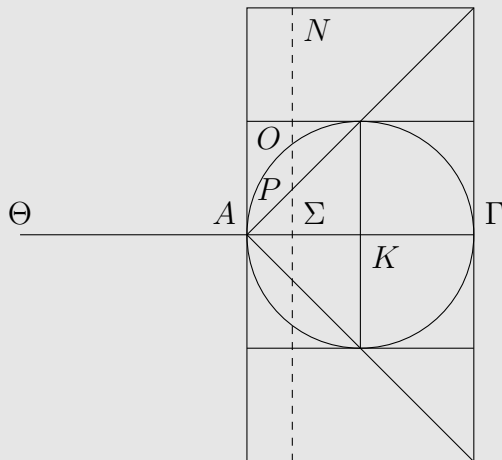
- Площадь параболического сегмента;
- Объем сфероида (эллипсоида вращения)
 $= \frac{2}{3}$ объема описывающего цилиндра;
- Объем сегмента параболоида вращения
 $= \frac{3}{2}$ объема вписанного конуса;
- Центры тяжести сегмента параболоида,
гиперболоида, сфероида;
- Объем сегмента сфероида;

«Метод» Архимеда.

- Площадь параболического сегмента;
- Объем сфероида (эллипсоида вращения) $= \frac{2}{3}$ объема описывающего цилиндра;
- Объем сегмента параболоида вращения $= \frac{3}{2}$ объема вписанного конуса;
- Центры тяжести сегмента параболоида, гиперболоида, сфероида;
- Объем сегмента сфероида;
- Цилиндр, рассеченный плоскостью через центр основания и ребро описывающего параллелепипеда;

«Метод» Архимеда.

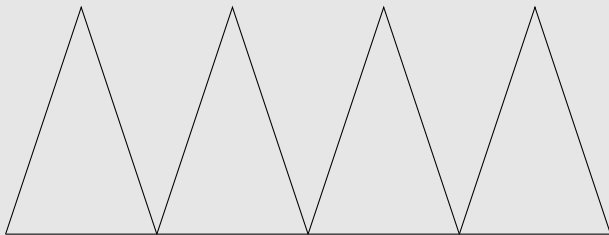
- Площадь параболического сегмента;
- Объем сфероида (эллипсоида вращения) $= \frac{2}{3}$ объема описывающего цилиндра;
- Объем сегмента параболоида вращения $= \frac{3}{2}$ объема вписанного конуса;
- Центры тяжести сегмента параболоида, гиперболоида, сфероида;
- Объем сегмента сфероида;
- Цилиндр, рассеченный плоскостью через центр основания и ребро описывающего параллелепипеда;
- Пересечение двух цилиндров. (доказательства не приведено)



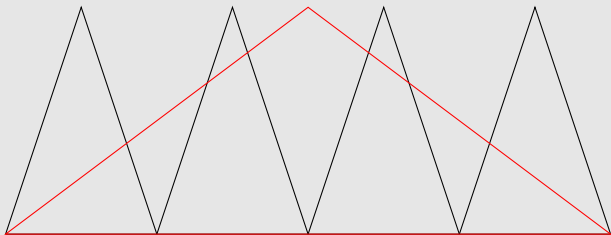
$$\Sigma P^2 + \Sigma O^2 = \Sigma A^2 + \Sigma O^2 = AO^2 = A\Sigma \cdot A\Gamma$$

$$(\Sigma P^2 + \Sigma O^2) / \Sigma N^2 = A\Sigma \cdot A\Gamma / AN^2 = A\Sigma / A\Gamma$$

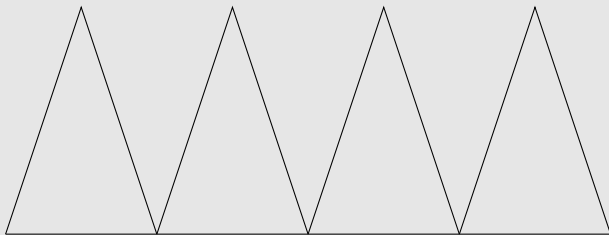
Измерение круга.



Измерение круга.

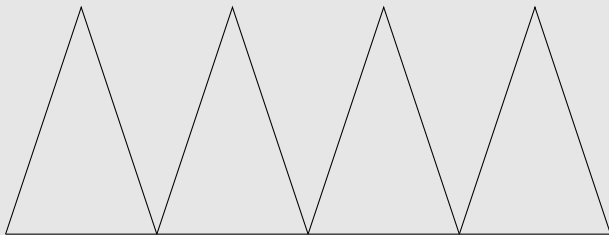


Измерение круга.



96-ти угольник

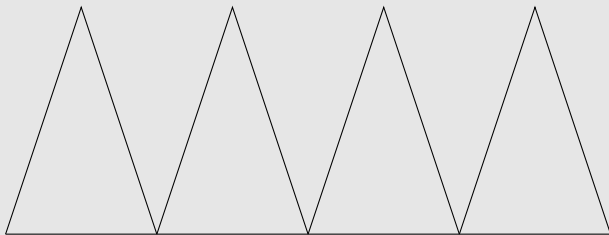
Измерение круга.



96-ти угольник

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

Измерение круга.



96-ти угольник

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

$$3.14084 < \pi < 3.14285 \quad \pi \approx 3.14185$$

О коноидах и сфероидах

- бесконечная геометрическая прогрессия;

О коноидах и сфероидах

- бесконечная геометрическая прогрессия;



$$\sum_{k=1}^n k$$

О коноидах и сфероидах

- бесконечная геометрическая прогрессия;



$$\sum_{k=1}^n k$$



$$\sum_{k=1}^n k^2$$

О коноидах и сфероидах

- бесконечная геометрическая прогрессия;



$$\sum_{k=1}^n k$$



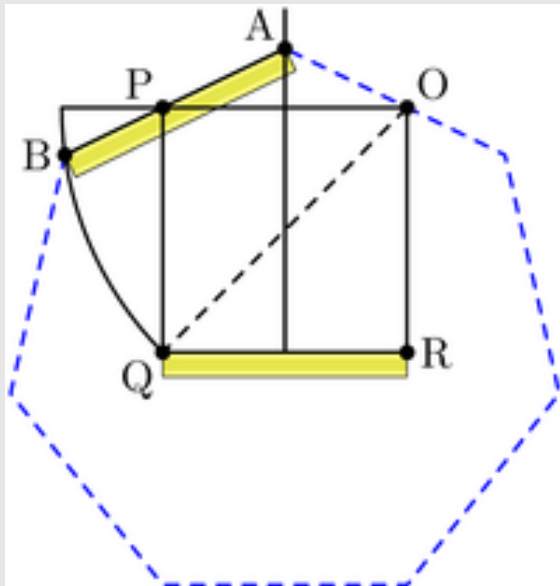
$$\sum_{k=1}^n k^2$$



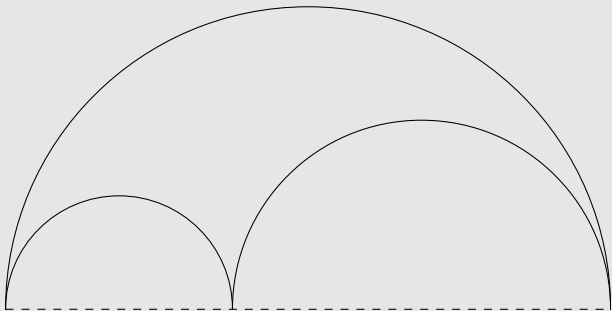
$$\sum_{k=1}^{n-1} \sin \frac{k\pi}{n}$$

Правильный семиугольник

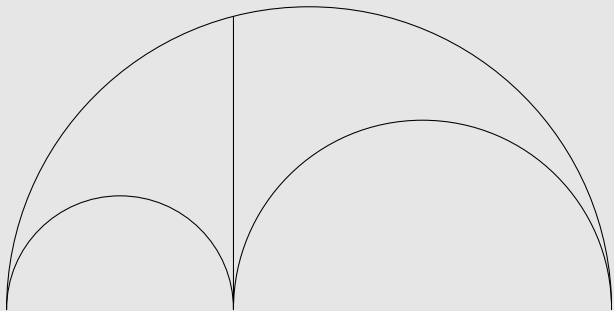
Правильный семиугольник



Арбелон



Арбелон



Арбелон

